

**ОБУЧЕНИЕТО ЧРЕЗ ПРОГРАМИРАНИ ТЕКСТОВЕ В ЧАСОВЕТЕ ЗА
НОВИ ЗНАНИЯ КАТО ИНСТРУМЕНТ ЗА УПРАВЛЕНИЕ И
ПОВИШАВАНЕ НА КАЧЕСТВОТО НА ОБРАЗОВАТЕЛНИЯ ПРОЦЕС В
СИСТЕМАТА НА СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ**

Доц. д-р Велислава Николаева, ВСУ „Черноризец Храбър“,

e-mail: velislava.nikolaeva@vfu.bg

Резюме: Управлението на образователния процес е едно многолико и пространно явление. В най-общия случай всички инициирани мерки в контекста на това управление следва да водят до повишаване на качеството на образование, което предполага и повишаване на интереса към учене и самообучение. В настоящата разработка (втора от поредица публикации на автора по темата) е предложен един относително непопулярен дидактически инструмент – програмиран текст, като целта на автора е да се провери неговата приложимост в часовете за нови знания по математика. Обобщенията от проведеното изследване сред обучавани и обучаващи в няколко училища в град Варна, провокираха автора на настоящата публикация да разшири обхвата на изследването с оглед проверка на някои от получените резултати. Същите бъдат посочени в следваща публикация по темата.

Ключови думи: управление на образователния процес, програмирани текстове, урок за нови знания, качество на образователния процес.

TRAINING THROUGH PROGRAMMED TEXTS IN CLASSES FOR NEW KNOWLEDGE AS A TOOL FOR MANAGEMENT AND IMPROVING THE QUALITY OF THE EDUCATIONAL PROCESS IN THE SYSTEM OF SECONDARY EDUCATION

Assoc. Prof. Velislava Nikolaeva, PhD, VFU „Chernorizets Hrabar”

Abstract: The educational process management is a multifaceted and extensive phenomenon. In the most general case, all initiated measures in the context of this management should lead to an increase in the quality of education, which implies an increase in interest in learning and self-learning. In the current study (second in a series of the author's publications on the topic) is proposed a relatively unpopular didactic tool - programmed text, and the author's goal is to test its applicability in classes for new knowledge in mathematics. The summaries of the research conducted among trainees and trainers in several schools in the city of Varna provoked the author of this publication to expand the scope of the research in order to verify some of the results obtained. They will be mentioned in the next publication on the subject..

Key words: management of the educational process, programmed texts, a lesson for new knowledge, quality of the educational process

Програмираните текстове като част от проблемноориентираното обучение. Приложимост в часовете по математика.

Според някои автори проблемното обучение¹ може да се разглежда като съвременно ниво на развитие на дидактиката и прогресивната педагогическа практика, което води до:²

- Повишена мотивация и интерес към ученето.
- Повишена способност за самостоятелна работа.
- Усвояване на резултати от научното знание, както и способност за анализ и синтез на същото.
- Формиране на преносими знания и умения.

Прегледът на специализираната литература позволява систематизирането на следните дефиниции за същността на проблемното обучение:

Таблица 1

Същност на проблемното обучение

	Автор	Разбиране
	М. Махмутов ³	Проблемното обучение е развиващо по своя характер. То използва научните факти и стимулира познавателната дейност на учениците, формулирайки задачи като проблемни ситуации и предизвикателства. То е процес на преподаване и учене. Насърчава изследователска и познавателна самостоятелност у обучаемите, формира устойчив интерес към ученето.
	И. Лернер ⁴	Под ръководството на учителя обучаемият придобива умения за самостоятелно намиране на решения и справяне в различни проблемни ситуации в съответствие с установените образователни принципи.
	В. Окон ⁵	Комплекс от действия, организирани като проблемни ситуации и формулирани проблеми, за решаването на които са привлечени

¹ Според автора на настоящата разработка използването на програмирани текстове успешно може да се причисли към проблемноориентираното обучение.

² Маринова, В., Борисова, Д. Анализ и съвременна технология на проблемното обучение по математика. // Педагогика и методика, ВТУ „Св. Св. Кирил и Методий“, 2004, с. 239-247.

³ Махмутов, М. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. Педагогика, Москва, 1975

⁴ Лернер, И. Система методов обучения. Знание, Москва, 1976

⁵ Окон, В. Основы проблемного обучения. Просвещение, Москва, 1968

		учениците. Те работят под ръководството и подкрепата на учителя, който им дава обратна връзка в хода на работа и в края на процеса.
	Л. Портев ⁶	Проблемността в обучението допълва, обогатява и усъвършенства съвременната дидактическа система.

Източник: авторова разработка

Чрез така систематизираните дефиниции не се цели претенция за изчерпателност, а само да се подпомогне генериране на същностни специфики на проблемно базираното обучение. Като такива могат да се посочат:

- Има развиващ творчеството и креативността характер.
- Подпомага процесите по формиране на преносими знания и умения за справяне в различни симулирани (с учебна цел) ситуации и реални такива.
- Повишава интереса към знанието и саморазвитието чрез идентифицирането и дефинирането на проблемни ситуации и търсенето на възможните им решения.
- Разнообразява учебния процес, като го прави по-ангажиращ, атрактивен и провокиращ вниманието на обучаемите.

От така систематизираните характеристики може да се направи и обобщението, че проблемно базираното обучение се основава на учене чрез използване на проблемния подход, който предполага поставянето на проблем и неговото последващо разрешаване.

Като част от проблемноориентираното обучение, обучението чрез програмирани текстове предполага създаването на дидактически инструменти за

⁶ Портев, Л. Проблемност при обучението по математика. Народна просвета, София, 1983

работа, в съответствие с установените принципи и характеристики, които вече са били обект на анализ в други разработки на автора.

В допълнение на вече казаното, са систематизирани и предложени особености на линейното и разклоненото програмиране, като основни начини за изграждане на програмираните текстове.

Макар, че има автори, които отдават предпочитания на едната или другата разновидност на програмиране за различните видове уроци (по математика), според автора на настоящата разработка, комбинираният начин за създаване на програмирани текстове е еднакво подходящ за разработване на теми за всички видове уроци – за нови знания, за преговор и обобщение, за упражнение.

При комбинираната система се използват елементи, присъщи както за линейната, така и за разклонената система за разработване на програмирани текстове.

Като част от характеристиките на линейното програмиране могат да се посочат:

- Информацията се предлага на малки части, за да може обучаемият по-лесно да възприеме и осмисли въпроса. Обикновено текстовете са кратки, с логически завършек и без особена трудност по отношение на съдържанието на представената информация.
- Краят на всеки текст е свързан с резултат, който е обвързан със следващия текст. Дори при грешен отговор, резултатът е съобщение за грешка, обяснение за възможните причини довели до нея и указание как да се продължи напред. При програмираните текстове може да се премине през целия материал само при верни отговори на всички въпроси. Методиката на изграждане на

програмираните текстове е такава, че при допусната грешка има коригираща информация, която позволява намирането на верния отговор. Едва тогава е възможно продължаване напред и така – до края на програмирания текст, където има посочени въпроси за самопроверка (без верни отговори).

- Диференциран подход заради индивидуалния темп на работа.
- Програмираният текст позволява положителна обратна връзка по няколко начина:
 - самият текст представлява своеобразен писмен диалог с обучаемия;
 - обучаемият сам дава оценка на собствените си предварителни знания, темп на работа с текста и напредък в новото знание;
 - учителят също дава обратна връзка при поставен въпрос от учащия в хода на работа с текста и във всички случаи, когато работата с текста е приключила.

При линейната система за програмиране, независимо от индивидуалното темпо на работа, всеки обучаем прочита целия текст. Учебното (новото) знание се поднася на малки части, а в случай на допусната грешка, има достатъчно осигурена допълнителна информация, която да му помогне да разбере грешката си, да разпознае верния отговор и да продължи (премине) по-напред в текста.

Що се отнася до характеристиките на разклоненото програмиране, като такива могат да се посочат:

- При разклоненото програмиране учебните текстове обикновено са по-големи (като обем), отколкото при линейното

програмиране. Тук проблемноориентираният подход на представяне на информацията е силно изразен.

- Заради вероятността да се допусне поне една грешка (или повече) на поставените въпроси, индивидуалното време на всеки обучаем е различно, достигането до крайния резултат – също. (По-успешните в даването на отговорите имат по-кратък път до края на текста.)
- Има и една друга особеност – обясняването на грешните отговори, всъщност разширява информационната осигуреност за обучаемия. По този начин чрез програмираните текстове може да се коригират и дефицити в предходно знание, което е нужно за усвояване на новото (максимизира надграждащия ефект, което е една от отличителните черти на този тип обучение).
- Контролът се осъществява по същия начин, както и при линейното програмиране.

В обобщение може да се посочи, че използването на програмираните текстове в часовете по математика може да се използва за разнообразяване на методиката на преподаване, за привличане на интереса на обучаемите и за повишаване на познавателната активност.

Програмирани текстове в обучението по математика. Приложимост в урок за нови знания

При урок за нови знания, според някои автори⁷ е по-удачно да се използва линейното програмиране, тъй като при него има възможност за повторение и затвърждаване на усвоени вече знания, за надграждане на знания, за преговор и обобщение. Разбира се, възможно е използването и на разклонено програмиране при създаването на текст върху урок за нови знания, ако съдържанието на урочната единица позволява това.

При урок за нови знания работата с програмирани текстове трябва да отнема не повече от 30 минути в един учебен 45-минутен час, за да може след това учителят да направи обобщение на новите знания, които учениците трябва да усвоят.

Предложеният програмиран текст на урок за нови знания е на тема „Събиране и изваждане на вектори. Свойства“, общообразователен предмет „Математика“, 8 клас., тема на раздела: „Вектори“.

Съдържание на програмирания текст:

Как се работи с програмирани текстове:

Здравей!

Пред теб е една необикновена книга, която не се чете както обикновено четем. За да се запознаеш с цялата налична информация, трябва да следваш указанията, които са посочени в края на всеки текст. Тези указания са твоя водач, който ще ти помага последователно да преминеш през всички предизвикателства на поставените за обсъждане въпроси, свързани със събирането и изваждането на вектори.

⁷ Кънчев. Н. Програмираното обучение и задачите по геометрия. Народна просвета, София, 1970.

В хода на работа с програмирания текст, ти ще отговаряш на въпроси и ще решаваши задачи, а при допуснатата неточност, ще имаш възможност да се запознаеш с допълнителна информация и обяснителни бележки, които да ти помогнат да коригираш дадения от теб отговор.

В програмирания текст е посочена фактология от теорията на векторите, както и въпроси или задачи, които трябва да изпълниш. Към някои от тях са посочени и отговори, не всички от които са верни. Трябва да избереш този, който според теб е най-подходящ. Ако това наистина е така, ти ще попаднеш на страница с допълнителна информация, или с информация за следващата задача. Ако даденият от теб отговор е неточен, на страницата, на която си попаднал ще те очакват обяснения защо посоченото от теб, се нуждае от прецизиране. Ще има и указание да избереш друг от възможните отговори. Програмираният текст ще ти „позволи“ да продължиш напред едва тогава, когато откриеш верния отговор.

В края на програмирания текст са посочени въпроси и задачи за самопроверка на наученото.

Когато видиш това означение , то означава „Запиши в тетрадката“. Ако видиш този символ: , това означава „Отвори учебника на посочената страница и прочети информацията там. Символът:  означава „Реша самостоятелно в тетрадката“.

Приятно забавление и учене!

Въведение в темата

Вие вече се запознахте с понятието „вектор“. Да припомним:

„Отсечка, на която единият край е приет за първи, а другият за втори, се нарича насочена отсечка или вектор. Всеки вектор има начало и край, посока и дължина.“

Различаваме следните видове вектори:

- Колинеарни – вектори, които лежат на една и съща права или на успоредни прави.
- Неколинеарни – вектори, които лежат на различни неуспоредни прави.
- Еднопосочни – колинеарни вектори, които имат една и съща посока.
- Противопосочни – вектори, които имат противоположни посоки, се наричат противопосочни.
- Нулев вектор – вектор, чиито краища съвпадат, отбелязва се: $\vec{0}$. Той няма определена посока, а дължината му е 0. Всяка точка може да се разглежда като нулев вектор.
- Противоположни вектори – противопосочни вектори с равни дължини.
- Равни вектори – вектори, които имат една и съща посока и една и съща дължина.

В настоящия програмиран текст се коментира друг важен въпрос от темата за векторите, а именно: събирането и изваждането на вектори и техните свойства.

 Запиши в тетрадката заглавието на новия урок: „**Събиране и изваждане на вектори. Свойства**“.

А сега прочети и помисли върху следната задача:

Стр. 5⁸. В координатна система с начало точка O са дадени точките $Q(1;2)$, $R(1;3)$, $M(2;1)$, $L(2;3)$, $N(3;1)$, $P(3;2)$, $A(1;1)$, $B(1;0)$ и $C(0;1)$. Колко вектори, получени от първоначално дадените точки са:

⁸ Това указание на страницата се използва, за да се покаже къде, на коя страница в самостоятелната електронна или книжна версия на програмирация текст е посочено това съдържание. Този програмиран текст е общо 24 страници.

а) равни на $\overrightarrow{AB}$

А Ако си получил(а), че има четири вектора равни на $\overrightarrow{AB}$, отиди на [стр. 6](#)

Б Ако се затрудняваш, отиди на [стр. 7](#)

б) противоположни с $\overrightarrow{CO}$, нележащи на правата, определена от този вектор.

А Ако си получил(а), че има осем вектора противоположни с $\overrightarrow{CO}$, отиди на [стр. 8](#)

Б Ако се затрудняваш, отиди на [стр. 9](#)

в) еднопосочни с $\overrightarrow{CA}$

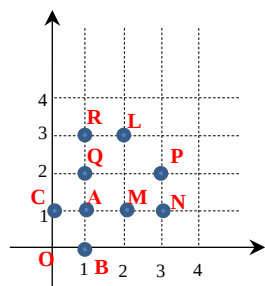
А Ако си получил(а), че има осем вектора, еднопосочни с $\overrightarrow{CA}$, отиди на [стр. 10](#)

Б Ако се затрудняваш, отиди на [стр. 11](#)

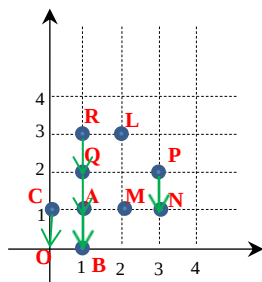
г) равни на $\overrightarrow{OA}$

А Ако си получил(а), че има четири вектора равни на $\overrightarrow{OA}$, отиди на [стр. 12](#)

Б Ако се затрудняваш, отиди на [стр. 13](#)



стр. 6 **1. а) А** Ти смяташ, че има четири равни вектора на вектора $\overrightarrow{AB}$. Да проверим.



Видно от графиката на вектора $\overrightarrow{AB}$ равни са още $\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{RQ}$, $\overrightarrow{QA}$ и $\overrightarrow{CO}$. Записва се по следния начин:

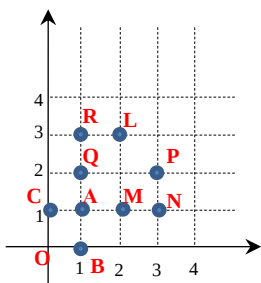
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{QA} = \overrightarrow{CO}$$

Да припомним: Два вектора се наричат равни ако имат еднаква посока и еднаква дължина.

Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

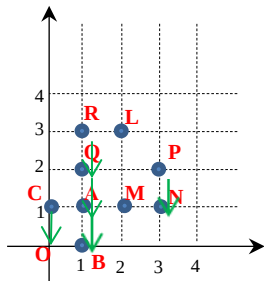
стр. 7 **1. а) Б** Щом си тук, означава, че се затрудняваш да определиш броя на равните вектори с вектора $\overrightarrow{AB}$. Да разгледаме отново чертежа от условието на задачата.



Вече знаем, че за да бъдат равни два вектора те едновременно трябва да отговарят на следните условия:

- Да са равни по дължина
- Да имат една и съща посока.

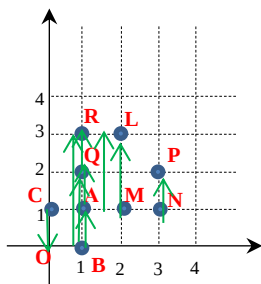
Векторите на чертежа, които отговарят на това условие са $\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{RQ}$, $\overrightarrow{QA}$ и $\overrightarrow{CO}$. И така получаваме, че има четири вектора, които са равни на $\overrightarrow{AB}$.



✎ Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

стр. 8 **1. 6) А** Според теб има осем противоположни вектора на вектора $\overrightarrow{CO}$, нележащи на правата, определена от този вектор. И те са: $\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{ML}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{BQ}$, $\overrightarrow{BR}$ и $\overrightarrow{AR}$.



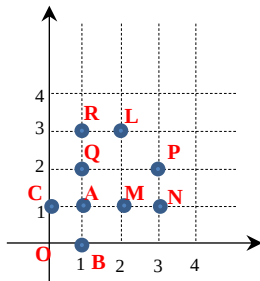
Да припомним още веднъж определението за противоположни вектори – вектори, които лежат на една и съща права или на успоредни прави и имат противоположни посоки с дадения за сравнение вектор.

✎ Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

стр. 9 **1. 6) Б** Ти се затрудняваш да посочиш осем противоположни вектора на вектора $\overrightarrow{CO}$. Нека да ги видим заедно на чертежа.

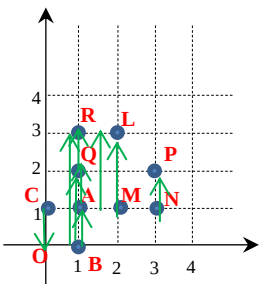
За да се справим заедно на поставения въпрос, трябва добре да припомним какво разбираме под противоположни вектори:



1. Вектори, които имат противоположни посоки.
2. Вектори, които са колинеарни (които лежат на една и съща права; които лежат на успоредни прави).

Векторите, които отговарят на поставеното условие са:

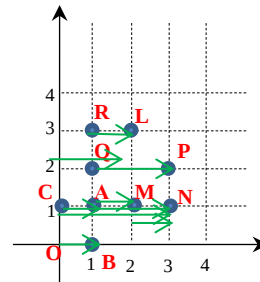
$\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{ML}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{BQ}$, $\overrightarrow{BR}$ и $\overrightarrow{AR}$.



✎ Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

стр. 10 1. в) А Ти смяташ, че еднопосочни вектори на вектора $\overrightarrow{CA}$ са: $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{RL}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{CN}$, $\overrightarrow{CM}$ и $\overrightarrow{OB}$.

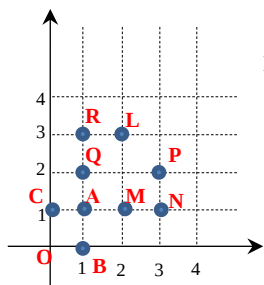


Да, видно от чертежа на задачата, еднопосочните вектори на вектора $\overrightarrow{CA}$, т.е. тези колинеарни вектори, които имат една и съща посока с дадения, са изброените по-горе.

✎ Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

стр. 11 **1. в) Б** Ти се затрудняваш да посочиш седем едноразположени вектора на вектора $\overrightarrow{CA}$.

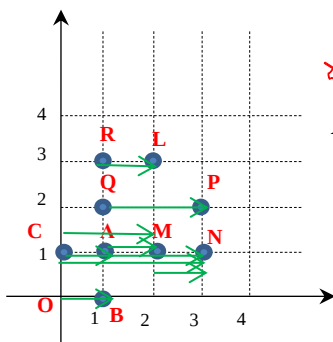


Докато заедно разглеждаме чертежа към задачата, да припомним разбирането за това, кои вектори са едноразположени.

Векторите имат една и съща посока когато са колинеарни (част са от една права или от успоредни прави).

На посочения чертеж, векторите, които отговарят на това условие са:

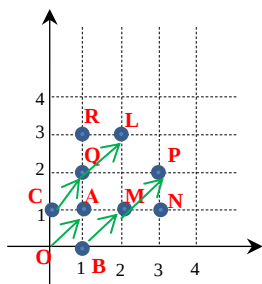
$\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{QP}, \overrightarrow{RL}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CN}, \overrightarrow{CM}$ и $\overrightarrow{OB}$.



 Запиши в тетрадката решението на задачата.

А сега се върни на [стр. 5](#) и прочети следващото условие на задачата.

стр. 12 **1. г) А** Ти смяташ, че равните на $\overrightarrow{OA}$ вектори на вектора $\overrightarrow{CA}$ са: $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{CQ}$ и $\overrightarrow{QL}$.

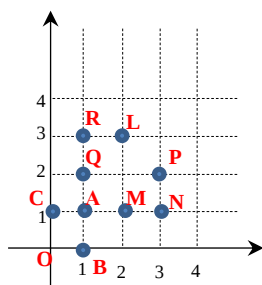


Вече коментирахме кои вектори са равни и защо. Поздравления! Ти успешно прилагаш на практика определението за равни вектори.

✂ Запиши в тетрадката решението на задачата.

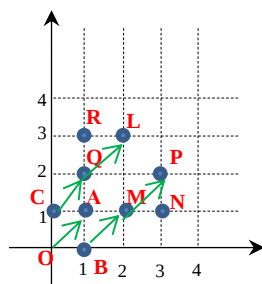
А сега отиди на [стр. 14](#) и прочети посочената там информация.

стр. 13 1. г) Б Ти се затрудняваш да посочиш равните на вектора $\overrightarrow{OA}$.



Да припомним: търсим вектори с еднаква посока и една и съща дължина с вектора $\overrightarrow{OA}$. Видно от чертежа е, че това са векторите $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{CQ}$ и $\overrightarrow{QL}$.

Ще използваме точно тези вектори, за да въведем определението за сбор на вектори.



✂ Запиши в тетрадката решението на задачата.

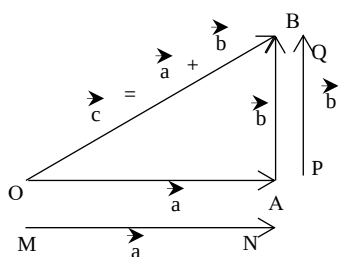
А сега отиди на [стр. 14](#) и прочети посочената там информация.

стр. 14. Ти идваш от стр. 12 или стр. 13.

Ти успешно се справи с изпълнението на задача 1.

Нека сега да поразсъждаваме върху последното условие на тази първа задача.

Преместването на **O** до **A**, като минем през **B**, може да се разглежда като резултат от сбора от преместванията $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{BA}$, т.е. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA}$ (както и $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}$ от чертежа в задача 1)



А сега да разгледаме следната задача:

2. Нека $\overrightarrow{MN} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{PQ} = \vec{b}$ са два вектора, а **O** е произволна точка.

Намери сбора на векторите.

Решение:

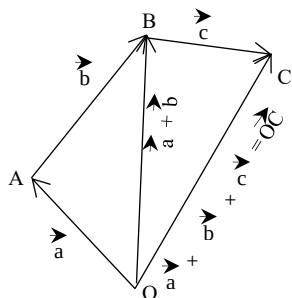
1. Определяме т. **O**
2. Построяваме вектора $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{MN} = \vec{a}$
3. Построяваме вектора $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PQ} = \vec{b}$
4. $\overrightarrow{OB} = \vec{c}$ се нарича сбор на векторите $\vec{a} + \vec{b}$ и се отбелязва с $\vec{c}$.
Това е прието да се нарича още „правило на триъгълника“.

 запиши в тетрадката точка 2. Сбор на два вектора.

Сборът на два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, при които крайт на първия вектор е начало на втория вектор, е вектор с начало началото на първия и край – края на втория вектор. Това правило се нарича още *правило на триъгълника*.

Забележка: *сбор на три вектора*

Ако $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ са три вектора и $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$, от правилото на триъгълника получаваме $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$ или $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \overrightarrow{OC}$.



стр. 15 3. задача Дадени са и $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Точка **O** е обща за $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$.

Да се намери $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = ?$.

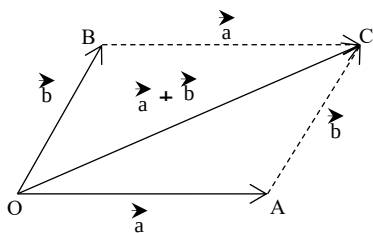
3.1. Ако смяташ, че отговорът на тази задача е $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$, отиди на [стр. 16](#)

3.2. Ако смяташ, че отговорът е друг, отиди на [стр. 18](#)

стр. 16 3.1. Ти смяташ, че ако $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ и точка **O** е обща за $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$, то $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$.

Нека да решим задачата заедно.

1. Избираме точка **O**.



2. Построяваме ако $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

3. Построяваме **OACB** – успоредник

4. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC}$, т.к. **OACB** – успоредник и за $\triangle OAC$: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$

5. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BC}$, т.к. **OACB** – успоредник и за

$\triangle OBC$: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$

От (4) и (5) следва, че $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OC}$.

Сам(а) разбираш, че посоченият от теб отговор не е верен. Можем да прилагаме правилото на триъгълника само за събиране на вектори, при които краят на първия вектор е начало на втория вектор.

При сбор на вектори с общо начало, прилагаме *правилото на успоредника*. Сборът на два вектора с общо начало е диагонала на успоредника, който се получава при пренасяне на векторите така, че началото на единия, да съвпадне с края на другия.

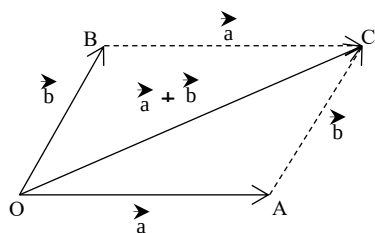
Запомни! **При събиране на вектори с общо начало се прилага правилото на успоредника.**

✂ Запиши в тетрадката правилото на успоредника и решението на задачата.

А сега отиди на [стр. 19](#), за да се запознаеш как се намира разлика на вектори.

стр. 18 3.2. Ти се колебаеш как да намериш сборът на векторите с общо начало $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$. Нека решим заедно задачата.

1. Избираме точка **O**.



2. Построяваме ако $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

3. Построяваме **OACB** – успоредник

4. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AC}$, т.к. **OACB** – успоредник и за $\triangle OAC$: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$

5. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BC}$, т.к. **OACB** – успоредник и за

$\triangle OBC$: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$

От (4) и (5) следва, че $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OC}$.

При сбор на вектори с общо начало, прилагаме *правилото на успоредника*. Сборът на два вектора с общо начало е диагонала на успоредника, който се получава при пренасяне на векторите така, че началото на единия, да съвпадне с края на другия.

Запомни! *При събиране на вектори с общо начало се прилага правилото на успоредника.*

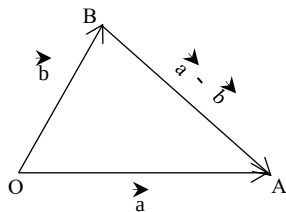
 Запиши в тетрадката решението на задачата и правилото на успоредника.

А сега отиди на [стр. 19](#), за се запознаеш как се намира разлика на два вектора.

Стр. 19 Вече знаеш как се събират вектори с правилото на триъгълника и с правилото на успоредника. Нека сега да решим задача, с която да покажем как се намира разлика на два вектора.

И така: задача 4. Дадени са векторите $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$, които имат общо начало О. Нека $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Да се намери $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = ?$

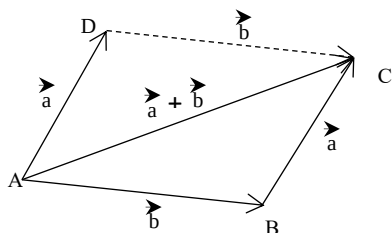
Решение:



Представяме $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ по следния начин:

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \vec{a} - \vec{b}$$

$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$, което се нарича разлика на два вектора.



Разликата $\vec{a} - \vec{b}$ на два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ се нарича векторът $\vec{a} + (-\vec{b})$.

✍ Запиши в тетрадката решението на задачата и определението за разлика на два вектора.

Запомни! *Когато изваждаме вектори с общо начало използваме следното правило за намиране на разликата:*

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$$

✍ Запомни и запиши в тетрадката си и следните свойства:

- 1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ – комутативно свойство
- 2) $\vec{a} + \mathbf{0} = \vec{a}$
- 3) $\vec{a} + (-\vec{a}) = \mathbf{0}$
- 4) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ – асоциативно свойство

За да видиш визуализацията на свойства 1), 2) и 3) отиди на [стр. 21](#), а на свойство 4) – на [стр. 22](#).

стр. 21 Ти идваш от стр. 20.

Ето и обясненията на свойства 1), 2) и 3):

- 1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ – комутативно свойство
- 2) $\vec{a} + \mathbf{0} = \vec{a}$
- 3) $\vec{a} + (-\vec{a}) = \mathbf{0}$

От правилото на успоредника:

$$1) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}.$$

- 2) $\vec{0}$ – вектор с дължина 0 наричаме нулев вектор, следователно $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
- 3) $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$, $(-\vec{a})$ е противоположен вектор на $\vec{a}$, т.е. еднакъв по дължина и противоположен по посока.

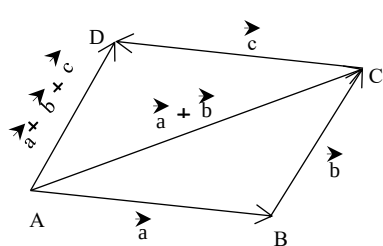
А сега отиди на [стр. 22](#), за да видиш визуализацията на свойство 4).

Ако вече си видял и двете визуализации, отиди на [стр. 23](#).

стр. 22 Ти идваш от стр. 20 или 21.

Ето информация и за четвъртото свойство от новия урок.

Свойство 4)



$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}, \overrightarrow{CD} = \vec{c}$$

$$\text{От } \triangle ABC: \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$$

$$\text{От } \triangle ACD: \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

А сега отиди на [стр. 21](#), за да видиш визуализация на свойства 1), 2) и 3).

Ако вече си видял и двете визуализации, отиди на [стр. 23](#).

стр. 23 Дойде време да провериш сам(а) какво си научил(а) днес.

Ето и няколко въпроси за обобщение и проверка.

Подчертай вярното.

1.	Сборът на два вектора с общо начало се намира по правилото на успоредника.	Вярно	Грешно
2.	Сборът на два вектора, при които крайт на единият вектор е начало на другия, се получава посредством правилото на триъгълника	Вярно	Грешно
3.	Разликата на два вектора можем да представим по следния начин: $\vec{a} + (-\vec{b})$.	Вярно	Грешно

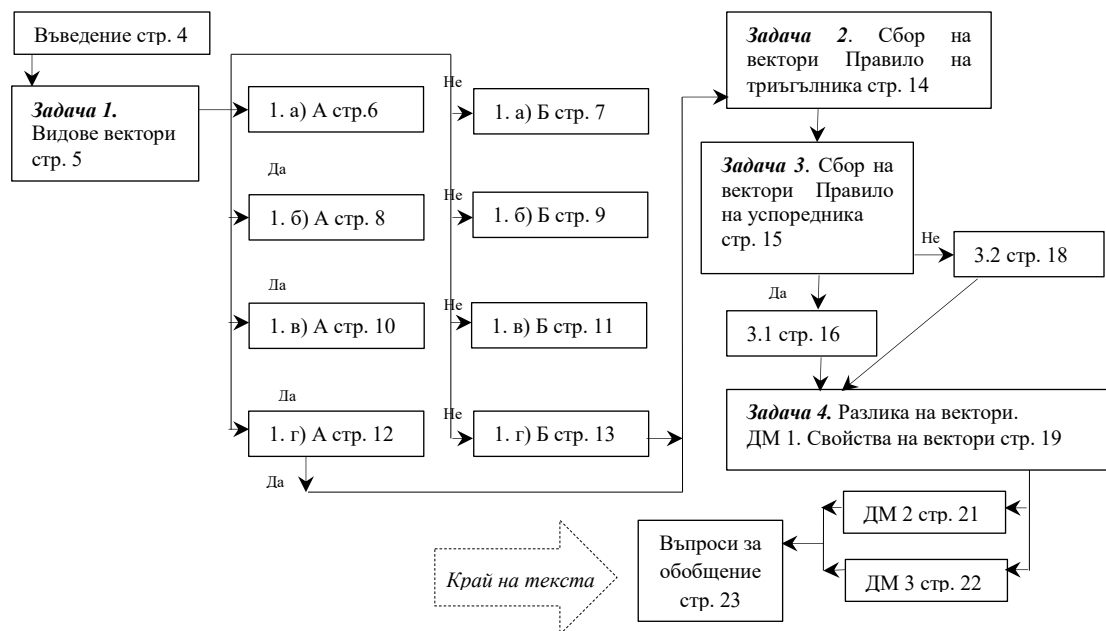
4.	Комутативното свойство гласи, че $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$	Вярно	Грешно
5.	При събирането на три вектора е в сила асоциативното свойство $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$	Вярно	Грешно
6.	При събиране на два противоположни вектора, се получава нулевия вектор	Вярно	Грешно
7.	Сборът на вектор с нулевия вектор е същия вектор	Вярно	Грешно

Ти успешно премина през програмирания текст на тема „Събиране и изваждане на вектори. Свойства“. Сега търпеливо изчакай указанията на учителя.

 Домашна работа: стр. 33/ 1, 3, изд. Булвест 2000

 Направи я в тетрадката за домашна работа за следващия учебен час.

Графичната визуализация на предложения програмиран текст е представена на фигура 1.



Фиг. 7. Графично представяне на програмиран текст на урок за нови знания на тема „Събиране и изваждане на вектори. Свойства“

Източник: авторова разработка

За проверка на приложимостта на току-що предложения програмиран текст е проведено изследване сред учители и ученици от пет различни училища във Варна. Резултатите показват, че:

Всички анкетирани учители отговарят, че програмираните текстове по един или друг начин трябва да се използват в часовете по математика, тъй като те ги разнообразяват. 83% от тях смятат, че в максимална степен те развиват способността на учениците за самостоятелна работа, а 67% са на мнение, че това е особено вярно за развитието на аналитичното им мислене.

100% от анкетираните учители са склонни да използват готови разработки по теми от уроците за нови знания (отговорили с „вярно“). Нито един учител не е посочил, че не би използвал програмирани текстове в своята практика, в случай, че такива му бъдат осигурени по някакъв начин.

60% от учителите смятат, че програмираните текстове по-скоро могат да се използват в часовете, в които се усвоява новия материал (определени са като колебаещи се), а 40% са абсолютно убедени, че те могат да се използват успешно в тях. Един учител не е отговорил относно приложимостта на програмираните текстове в уроците за нови знания.

Проведеното проучване сред учениците показва, че преобладаващото време за работа е 30 минути при урокът за нови знания, а относно оценката им за този дидактически инструмент, посочените отговори, които представляват интерес в контекста на тази разработка са, че той е един нетрадиционен подход за учене и преподаване, с помощта на който учителят може да разнообрази часовете по математика.

43% от учениците смятат, че най-добре е те да се използват в часовете за нови знания, а един ученик (14%) е отговорил, че според него, програмираните текстове по-скоро не трябва да се използват в уроците за нови знания.

Според автора на настоящата разработка, така предложеният програмиран текст на урок за нови знания, може да се използва в часовете по математика, след

проучване на нагласите на учители и ученици за неговата приложимост и проверка за времева съвместимост с продължителността на един учебен час.

Използвана литература

1. Беспалко, В. Програмированное обучение – дидактические основы. Высшая школа, Москва, 1970
2. Буланова-Топоркова, М. и др. Педагогические технологии, МарТ, Ростов-на-Дону, 2010
3. Кънчев. Н. Програмираното обучение и задачите по геометрия. Народна просвета, София, 1970
4. Маринова, В., Борисова, Д. Анализ и съвременна технология на проблемното обучение по математика. // Педагогика и методика, ВТУ „Св. Св. Кирил и Методий“, 2004, с. 239-247
5. Матюшкин, А. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. Педагогика, Москва, 1972
6. Махмутов, М. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. Педагогика, Москва, 1975
7. Оконь, В. Основы проблемного обучения. Просвещение, Москва, 1968
8. Пирьов, Г. и др. Програмираното обучение. Теория и практика у нас. Народна просвета, София, 1974
9. Портев, Л. Проблемност при обучението по математика. Народна просвета, София, 1983